

EGZAMIN KOŃCOWY KURSU PRZYGOTOWAWCZEGO 2001.

1. Suma trzech liczb tworzących ciąg arytmetyczny równa jest mniejszemu pierwiastkowi równania: $\log(x+6) - 2 = \frac{1}{2} \log(2x-3) - \log 25$. Jeżeli do tych liczb dodamy odpowiednio 2, 7, 24, to otrzymamy trzy kolejne wyrazy ciągu geometrycznego. Znaleźć te liczby.
2. Funkcja $f(x) = \frac{ax+b}{(x-1)(x-4)}$ osiąga ekstremum równe -1 dla $x = 2$. Wyznaczyć a i b oraz rozstrzygnąć, czy dla $x = 2$ funkcja osiąga maksimum czy minimum.
3. Prosta o równaniu $y = \frac{1}{2}x + 3$ przecina parabolę $y = x^2 - 4x + 3$ w punktach A i B .
 - a) Wykaż, że trójkąt ABS (gdzie S jest wierzchołkiem paraboli) jest prostokątny.
 - b) Oblicz pole trójkąta ABS .
 - c) Wyznacz równanie tej stycznej do paraboli, która jest równoległa do prostej $y = \frac{1}{2}x + 3$.
4. Dla jakich wartości parametru m suma odwrotności pierwiastków równania: $(2m+1)x^2 - (m+3)x + 2m+1 = 0$ jest niemniejsza niż iloczyn tych pierwiastków.
5. W trapezie równoramiennym dane jest ramię długości c oraz kąt ostry α . Przekątna trapezu jest prostopadła do ramienia. Oblicz pole trapezu.
6. Rozwiąż nierówność $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{(x+1)^2} + \dots < 3x - 2$.