

EGZAMIN KOŃCOWY KURSU PRZYGOTOWAWCZEGO 2002.

1. (3 pkt) Rozwiąż równanie

$$|x - 2| + 2|x| + 3|x + 2| = 8.$$

2. (5 pkt) Dla jakiej wartości parametru m pierwiastki równania

$$(2m + 1)x^2 - (m + 3)x + 2m + 1 = 0$$

spełniają warunek $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} > 1$?

3. (3 pkt) Rozwiąż nierówność

$$\log_{\frac{1}{2}} \sqrt{x^2 + x - 6} > 2 \log_{\frac{1}{2}} x + \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{x}.$$

4. (5 pkt) Trzy liczby, których suma równa jest 35 tworzą ciąg geometryczny. Jeżeli od pierwszej z tych liczb odejmiemy 2, od drugiej 3, a od trzeciej 9, to otrzymamy trzy liczby tworzące ciąg arytmetyczny. Znaleźć oba ciągi.

5. (5 pkt) Prosta $x - 2y + 2 = 0$ przecina okrąg o równaniu $x^2 + y^2 - 6x - 16 = 0$ w punktach A i B.

a) Napisz równanie symetralnej cięciwy AB.

b) Oblicz pole trójkąta ABS, gdzie S jest środkiem danego okręgu.

6. (4 pkt) Na okręgu o promieniu R opisano trapez o kątach ostrych przy większej podstawie równych odpowiednio α i 2α . Oblicz pole trapezu.

ZADANIE DODATKOWE

7. (6 pkt) Dla $x \in [0, 2\pi]$ rozwiąż równanie

$$4^{\operatorname{tg}^2 x} - 4^{\frac{1}{1+\cos 2x}} \cdot \log_2 \sqrt[3]{2} 4 = -\log_{\sin x} \frac{1-\cos 2x}{2}.$$