

## EGZAMIN KOŃCOWY KURSU PRZYGOTOWAWCZEGO 2003.

1. (4 pkt) Dla jakich wartości parametru  $m$  równanie

$$(2 \log_{\frac{1}{2}} m - 1)x^2 - 2x + \log_{\frac{1}{2}} m = 0$$

ma co najmniej jeden pierwiastek rzeczywisty ?

2. (3 pkt) Dla jakiej wartości parametrów  $a$  i  $b$  wielomian  $W(x) = 2x^4 + ax^3 - bx^2 + 2x - 2$  jest podzielny przez  $x^2 - x - 2$ .

3. (3 pkt) Rozwiąż nierówność

$$\frac{2^x + 1 - 2^{1-x}}{1 - 2^{2-x}} \geq 0.$$

4. (3 pkt) Rozwiąż równanie

$$\operatorname{tg}^2 x + \operatorname{tg} x = \sin 2x(1 + \sin^2 x + \sin^4 x + \dots).$$

5. (2 pkt) Dla jakiej wartości  $x$  styczna do krzywej  $y = x^3 - 3x$  jest prostopadła do prostej  $2x - 6y + 1 = 0$ .
6. (3 pkt) Wyznacz taką wartość parametru  $p \in R$ , aby funkcja  $f(x) = x^3 - px^2 + 5x$ , gdzie  $x \in R$ , osiągała ekstremum dla  $x = 5$ . Zbadaj, czy jest to minimum, czy maksimum.
7. (3 pkt) W trapez równoramienny o dłuższej podstawie  $3a$  i kącie przy niej miary  $\frac{\pi}{3}$  wpisano okrąg. Znaleźć pole tego trapezu.

### ZADANIE DODATKOWE

8. (3 pkt) Wyznaczyć równanie krzywej, która jest zbiorem wszystkich punktów płaszczyzny równo oddalonych od dwóch danych okręgów:

$$x^2 + y^2 = 1 \quad \text{i} \quad x^2 + (y - 4)^2 = 4.$$

Podaj nazwę tej krzywej.