

EGZAMIN KOŃCOWY KURSU PRZYGOTOWAWCZEGO 2005.

1. Dla jakich wartości parametru  $m$  suma pierwiastków równania

$$x^2 - 2m(x - 1) - 1 = 0$$

jest równa sumie kwadratów tych pierwiastków ?

2. Rozwiąż nierówność

$$4(\log_2 \cos x)^2 + \log_2(\cos x)^2 \leq 2.$$

3. Rozwiąż równanie

$$2^{x+\sqrt{x^2-4}} - 5 \cdot (\sqrt{2})^{x-2+\sqrt{x^2-4}} - 6 = 0.$$

4. Rozwiąż nierówność

$$\frac{1}{x+1} + \frac{1}{(x+1)^2} + \dots < 3x - 2.$$

5. Wyznacz ekstrema i przedziały monotoniczności funkcji

$$f(x) = x^2 - 8 \log(2x + 6).$$

6. Prosta o równaniu  $y = \frac{1}{2}x + 3$  przecina parabolę  $y = x^2 - 4x + 3$  w punktach  $A$  i  $B$ .

a) Wykaż, że trójkąt  $ABS$  (gdzie  $S$  jest wierzchołkiem paraboli) jest prostokątny.

b) Oblicz pole trójkąta  $ABS$ .

7. W trapezie równoramiennym dane jest ramię długości  $c$  oraz kąt ostry  $\alpha$ . Przekątna trapezu jest prostopadła do ramienia. Oblicz pole trapezu.

ZADANIE DODATKOWE

8. Rozwiąż układ równań

$$\begin{cases} x + yz = 2 \\ y + zx = 2 \\ z + xy = 2. \end{cases}$$